

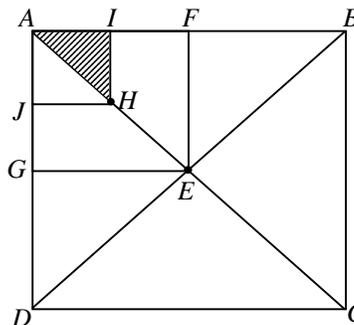
**XXVI OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**  
**Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)**

**PARTE A**  
**(Cada problema vale 3 pontos)**

01. O número 1000...02 tem 20 zeros. Qual é a soma dos algarismos do número que obtemos como quociente quando dividimos esse número por 3?

02. A soma de dois números primos  $a$  e  $b$  é 34 e a soma dos primos  $a$  e  $c$  é 33. Quanto vale  $a + b + c$ ?

03. No desenho, os quadriláteros  $ABCD$ ,  $EFAG$  e  $IAJH$  são retângulos e  $H$  é ponto médio de  $AE$ . Calcule a razão entre a área do retângulo  $ABCD$  e o triângulo  $AHI$ .



04. Dizemos que um número natural é teimoso se, ao ser elevado a qualquer expoente inteiro positivo, termina com o mesmo algarismo. Por exemplo, 10 é teimoso, pois  $10^2, 10^3, 10^4, \dots$ , são números que também terminam em zero. Quantos números naturais teimosos de três algarismos existem?

05. Qual é o maior número natural menor que 100 cuja soma dos divisores positivos é ímpar?

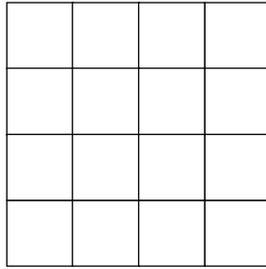
06. Na multiplicação a seguir,  $a$ ,  $b$  e  $c$  são algarismos:

$$\begin{array}{r}
 1\ a\ b \\
 \quad b\ 3\ \times \\
 \hline
 * * * \\
 * * * \\
 \hline
 1\ c\ c\ 0\ 1
 \end{array}$$

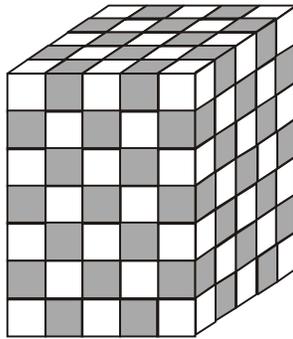
Calcule  $a + b + c$ .

07. Esmeralda, de olhos vendados, retira cartões de uma urna contendo inicialmente 100 cartões numerados de 1 a 100, cada um com um número diferente. Qual é o número mínimo de cartões que Esmeralda deve retirar para ter certeza de que o número do cartão seja um múltiplo de 4?

08. De quantos modos podemos sombrear quatro casas do tabuleiro  $4 \times 4$  abaixo de modo que em cada linha e em cada coluna exista uma única casa sombreada?



09. Juntando cubinhos de mesmo volume mas feitos de materiais diferentes - cada cubo branco pesando 1 grama e cada cubo cinza pesando 2 gramas - formou-se um bloco retangular, conforme mostrado na figura abaixo. Qual é a massa, em gramas, desse bloco?



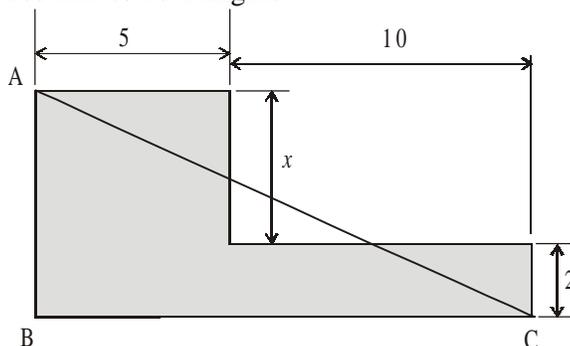
10. Na população de uma espécie rara de 1000 aves da floresta amazônica, 98% tinham cauda de cor verde. Após uma misteriosa epidemia que matou parte das aves com cauda verde, esta porcentagem caiu para 95%. Quantas aves foram eliminadas com a epidemia?

**XXVI OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**  
**Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)**

**PARTE B**  
**(Cada problema vale 10 pontos)**

**PROBLEMA 1**

No desenho abaixo, o triângulo  $ABC$  é retângulo e os lados do polígono (região escura) são paralelos ou coincidem com algum dos catetos do triângulo.



Calcule  $x$  de modo que a área do polígono seja igual à do triângulo.

**PROBLEMA 2**

Esmeralda, a digitadora, construiu uma tabela com 100 linhas e 100 colunas, preenchendo uma casa com 1, se o número da linha da casa divide o número da coluna e com 0, caso contrário. Assim, por exemplo, a casa da linha 2 e da coluna 4 foi preenchida com 1, porque 2 divide 4 e a casa na linha 3 e da coluna 7 foi preenchida com 0.

	1	2	3	4	5	6	...	99	100
1	1	1	1	1	1	1	...	1	1
2	0	1	0	1	0	1	...	0	1
3	0	0	1	0	0	1	...	1	0
4									
100	0	0						0	1

- Qual a soma dos números escritos na linha 5?
- Qual a soma dos números da coluna 60?

**PROBLEMA 3**

- É possível dividir o conjunto  $\{1^2, 2^2, \dots, 7^2\}$  em dois grupos  $A$  e  $B$  de modo que a soma dos elementos de  $A$  seja igual à soma dos elementos de  $B$ ? Justifique.
- É possível dividir o conjunto  $\{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2\}$  em dois grupos  $C$  e  $D$  de modo que a soma dos elementos de  $C$  seja igual à soma dos elementos de  $D$ ? Justifique.