

**XXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – OPM 2002**  
**Segunda Fase – Nível 3 (Ensino Médio)**

**PROBLEMA 1**

O primeiro número de uma seqüência é 7. O próximo é obtido da seguinte maneira: Calculamos o quadrado do número anterior ( $7^2 = 49$ ) e a seguir efetuamos a soma de seus algarismos e adicionamos 1, isto é, o segundo número é  $4 + 9 + 1 = 14$ . Repetimos este processo, e de  $14^2 = 196$ , temos que o terceiro número da seqüência é  $1 + 9 + 6 + 1 = 17$ , e assim sucessivamente. Qual o 2002º elemento desta seqüência?

**PROBLEMA 2**

Para quais inteiros positivos  $n$  existe um polígono não regular de  $n$  lados, inscrito em uma circunferência, e com todos os ângulos internos de mesma medida?

**PROBLEMA 3**

Determine o maior natural  $k$  para o qual existe um inteiro  $n$  tal que  $3^k$  divide  $n^3 - 3n^2 + 22$ .

**PROBLEMA 4**

Quantos dados devem ser lançados ao mesmo tempo para maximizar a probabilidade de se obter exatamente um 2?

**PROBLEMA 5**

Em um quadrilátero convexo  $ABCD$ , os lados opostos  $AD$  e  $BC$  são congruentes e os pontos médios das diagonais  $AC$  e  $BD$  são distintos. Prove que a reta determinada pelos pontos médios das diagonais forma ângulos iguais com  $AD$  e  $BC$ .

**PROBLEMA 6**

Colocamos vários palitos sobre uma mesa de modo a formar um retângulo  $m \times n$ , como mostra a figura.

Devemos pintar cada palito de azul, vermelho ou preto de modo que cada um dos quadradinhos da figura seja delimitado por exatamente dois palitos de uma cor e dois de outra cor. De quantas formas podemos realizar esta pintura?

