

Prova - Nível 2

1. (20 pontos) Na escola AmoMat certo dia apareceu misteriosamente uma tabela com todos os números naturais seguindo o padrão mostrado na seguinte figura:

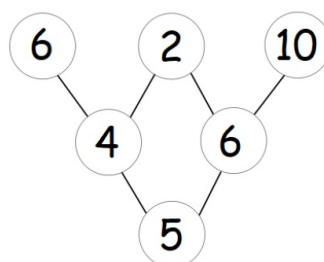
1									
2			3				4		
5	6	7	8	9	10	11	12	13	

Junto com a tabela, escrito, havia as seguintes informações:

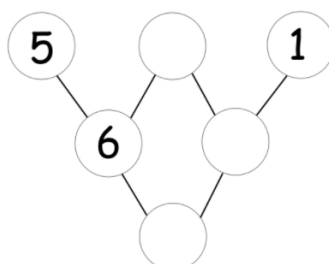
- Todos os números naturais aparecem uma única vez;
- 1 gera 2, 3 e 4 e estes são todos irmãos;
- Cada número gera exatamente três filhos.

Sabendo que cada linha da tabela corresponde a uma geração, temos que o número 1 pertence à primeira geração, 2, 3 e 4 pertencem à segunda geração, e assim por diante. Responda:

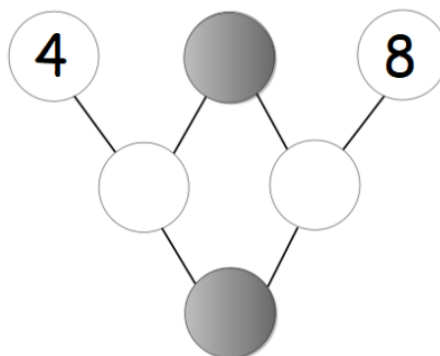
- a) Qual a geração do número 2022?
- b) Quem gerou 2022?
- c) Quem são os filhos de 2022?
2. (20 pontos) Entediado de jogar Sudoku, Lucas propôs um novo quebra-cabeça para seu irmão Bruno. O quebra-cabeça consiste em completar 6 círculos com números reais de modo que os números nos círculos da segunda e terceira fila sejam a média aritmética dos dois números dos círculos conectados da fila superior. Observe o quebra-cabeça resolvido abaixo.



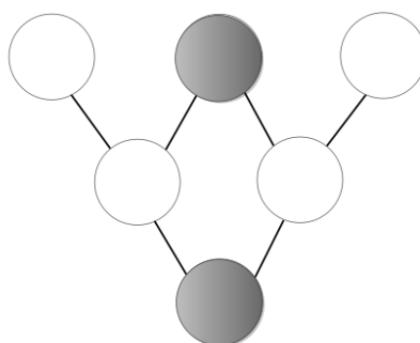
- a) Complete o quebra-cabeça abaixo:



b) Complete o quebra-cabeça abaixo de modo que os números escolhidos para os círculos cinzas sejam iguais.



c) Partindo de um quebra-cabeça, como o da figura abaixo, onde os números escolhidos para os círculos cinzas são iguais, Bruno observou que a soma dos números dos seis círculos era sempre igual a 6 vezes o número que aparecia no círculo cinza, independente da forma que completava o quebra-cabeça. Explique por que isso acontece.



3. (20 pontos) Um polígono é dito **monótono** se o valor numérico da sua área, em cm^2 , é igual ao seu perímetro (soma dos lados) em cm . Por exemplo, um retângulo com base igual a 6 cm e altura igual a 3 cm é monótono, pois o valor da área ($6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$) é igual ao perímetro ($6 + 3 + 6 + 3 = 18 \text{ cm}$).

- (a) Qual deve ser a medida dos lados de um quadrado monótono?
- (b) Qual deve ser a medida dos lados de um triângulo equilátero monótono?
- (c) Determine as medidas dos lados de um triângulo retângulo monótono sabendo que esses lados, em ordem crescente, formam uma progressão aritmética.

Dica: Considere que os lados medem x , $x + a$ e $x + 2a$, com $a > 0$ e $x > 0$, e aplique seus conhecimentos de triângulos retângulos!

4. (20 pontos) As irmãs Ana, Bia e Clara foram assistir um filme no cinema. Devido aos protocolos sanitários contra a COVID foram avisadas que todas deveriam escolher a mesma fila, mas não poderiam ocupar poltronas consecutivas.





Sabendo que no cinema há filas de 5, 6 e 7 poltronas disponíveis, responda:

- a) De quantas maneiras distintas elas podem sentar-se numa fila com 5 poltronas?
- b) De quantas maneiras distintas elas podem sentar-se numa fila com 6 poltronas?
- c) De quantas maneiras distintas elas podem sentar-se numa fila com 7 poltronas?

5. (20 pontos) Encontre todos os inteiros positivos m e n tais que

$$m^2 + 3n = 6m.$$

Boa prova!