Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 7 : Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Para as elipses dadas abaixo, determine os focos e faça um esboço do seu gráfico.*

(a) $2x^2 + 3y^2 = 54$; *(b)* $4x^2 + 3y^2 = 12$; *(c)* $x^2 + 2y^2 = 4$

(d) $25x^2 + 16y^2 = 20$; *(e)* $\frac{X^2}{4} + \frac{y^2}{3} = \frac{1}{12}$; *(f)* $\sqrt{2}x^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$.

2 *Escreva a equação da elipse, dados:*

(a) *Os focos* $(-5, 0)$ *e* $(5, 0)$ *e dois dos seus vértices,* $(-15, 0)$ *e* $(15, 0)$;

(b) *O centro* $(0, 0)$, *um dos focos* $(0, -\sqrt{40})$ *e um ponto da elipse* $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$;

(c) *O centro* $(0, 0)$, *focos em um dos eixos coordenados e passando nos pontos* $A = (3, 2)$ *e* $B = (1, 4)$;

(d) *O centro* $(1, -1)$, *um foco no ponto* $(2, -1)$ *e um ponto da elipse* $(2, 1)$;

(e) *O centro* $(1, 2)$, *um vértice* $(3, 2)$, *na reta focal, e excentricidade* $e = \frac{1}{2}$. $(e = \frac{c}{a})$

3 *Determine a equação da elipse com focos e eixo maior dados.*

(a) *Focos* $F_1 = (-3, 2)$ *e* $F_2 = (-3, 6)$, *eixo maior* $2a = 8$;

(b) *Focos* $F_1 = (-2, -2)$ *e* $F_2 = (2, 2)$, *eixo maior* $2a = 12$;

(c) *Focos* $F_1 = (-3, 0)$ *e* $F_2 = (0, 4)$, *eixo maior* $2a = 8$.

4 *Determine a equação da elipse com extremidades do eixo menor nos pontos* $(0, -4)$ *e* $(0, 4)$, *e o comprimento da corda peroendicular ao eixo maior passando por um foco igual a* $\frac{8}{5}$.

5 *Uma reta* r *é tangente a uma elipse* $\mathcal{E}$ *num ponto* $P \in \mathcal{E}$ *se* r *interseta* $\mathcal{E}$ *só no ponto* P, $(r \cap \mathcal{E} = \{P\})$.

(a) *Verifique que a reta tangente à elipse* $\mathcal{E} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ *num ponto* $P = (x_0, y_0)$ *é* $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$;

(b) *Determine a equação da reta tangente à elipse* $\mathcal{E} : \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ *que passa pelo ponto* $P = (\frac{10}{3}, \frac{25}{3})$.

6 *Seja* $\mathcal{E}$ *a elipse que tem vértices nos pontos* $(4, 4)$ *e* $(3, 1)$, *e reta focal* $r : y = x$. *Determine a equação dessa elipse e todos os seus elementos. Faça um esboço de* $\mathcal{E}$.