



Lista de Exercícios N^o 4 : Cálculo III
Professor: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule $\int_C (xy + y + z) ds$, C parametrizada por $\alpha(t) = 2t \vec{i} + t \vec{j} + (2 - 2t) \vec{k}$ com $0 \leq t \leq 1$ Resp. $\frac{13}{2}$.

2 Calcule $\int_C (x + y) ds$ onde C é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(-1, 1)$.
Resp. $2 + \sqrt{2}$.

3 Calcule $\int_C \sqrt{3}xyz ds$ onde C é a curva interseção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$ que se encontra no primeiro octante. Resp. 24.

4 Calcule $\int_C (x^2 + y^2) ds$ onde C é a curva interseção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ com o plano $y = x$, que se encontra no primeiro octante.

5 Seja C um fio delgado com a forma da interseção da superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z \geq 0$ com o plano $x + y = 1$. Calcule o momento de inércia de C com relação ao eixo Z , se a densidade em cada ponto é proporcional à distância do ponto ao plano XY . Resp. $18k$.

6 Calcule o momento de inércia de um fio retilíneo homogêneo de comprimento L , em torno de um eixo perpendicular ao fio e passando por uma das extremidades do fio, em função de sua massa M . Resp. $\frac{1}{3}ML^2$.

7 Um arame tem a forma da curva obtida ao interseção da semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $x > 0$ com o plano $y + z = 4$. Sabendo que a densidade em cada ponto (x, y, z) é dada por $f(x, y, z) = x$, mostre que o momento de inércia em relação ao eixo X é igual a $\frac{32}{3}M$ onde M é a massa do arame.

8 Um arame fino liga os pontos $A = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ e $B = (1, 1, \sqrt{2})$ e tem a forma da curva interseção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $y = x$, situado no primeiro octante. Calcule a massa do arame, sabendo que sua densidade em cada ponto é proporcional ao quadrado da distância do ponto ao plano YZ . Resp. $k\frac{\pi+2}{2}$.

9 Um fio delgado tem a forma do segmento de reta que une os pontos $A = (1, 1)$ e $B = (2, 2)$. Determine o momento de inércia em relação à reta $y = -1$, supondo que a densidade no ponto (x, y) é proporcional à distância do ponto ao eixo Y . Resp. $\frac{119\sqrt{2}K}{12}$.

10 Um arame fino tem o formato da curva parametrizada por $\alpha(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t), e^t)$ com $0 < t < 1$. Se a densidade em cada ponto é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto à origem, encontre a massa do arame. Resp. $\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - e^{-1})K$.

11 Seja C a curva interseção da semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $a > 0$, $x \geq 0$, com o plano $y = z$. Determine o valor de a sabendo que $\int_C 2xyz ds = 16$. Resp. $a = 2\sqrt[4]{3}$.

12 Um fio C , com densidade de massa $f(x, y, z) = |x(y + 1)|$, tem a configuração da interseção das superfícies dadas pelas equações $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $y + \sqrt{2}z = 1$. Calcule a massa de C . Resp. $\frac{4}{3\sqrt{2}}(3^{\frac{3}{2}} - 1)$.