



Lista de Exercícios N° 2 : Cálculo III
Professor: Pedro A. Hinojosa

1 Uma placa D tem a forma da região planar limitada pelas retas $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$. A densidade em cada ponto é inversamente proporcional à distância do ponto à origem. Determine a massa da placa.

2 Calcule as coordenadas (\bar{X}, \bar{Y}) do centro de massa de uma chapa homogênea D que tem a forma de um triângulo isósceles com base 10cm e altura 5cm.

3 Calcule a massa de uma lâmina delimitada por $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$, se a densidade em um ponto qualquer da lâmina é proporcional à distância desse ponto ao ponto $(1, 2)$.

4 Calcule o centro de massa de uma lâmina fina cujo formato é o do conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$, sendo sua densidade, em cada ponto, proporcional à distância do ponto à origem.

5 Uma placa fina é limitada pela circunferência $x^2 + y^2 = a^2$, ($a > 0$) e tem densidade dada por $\rho(x, y) = \frac{a^2}{a^2 + x^2 + y^2}$. Determine o momento de inércia polar em função de sua massa M .

6 Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int_D \frac{x-y}{x+y} dA$ D é a região triangular de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$;

(b) $\int_D \sin(4x^2 + y^2) dA$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$;

(c) $\int_D (x + y + 1)(x - y)^6 dA$, D é o quadrado $|x| + |y| \leq 1$;

(d) $\int_D (x^2 + y^2) dA$, D é a região, no primeiro quadrante, limitada pelas curvas $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 9$, $xy = 1$ e $xy = 3$.

7 Calcular o volume do sólido limitado superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, inferiormente pelo plano $z = 0$ e lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$.