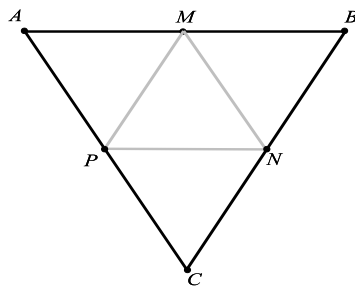


## CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA - 2010.1

### 1ª LISTA DE EXERCÍCIOS - Algumas resoluções.

3. Dados da questão:

- $ABC$  é triângulo equilátero,
- $M$  é ponto médio do lado  $AB$ ,
- $N$  é ponto médio do lado  $BC$  e
- $P$  é ponto médio do lado  $CA$ .



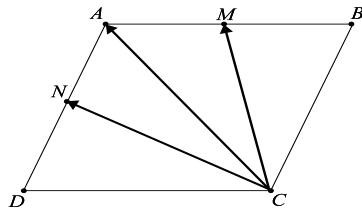
Para resolver esse exercício, precisamos apenas provar que  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  e  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ . Mas já fizemos isso na sala de aula!

Note que essas igualdades valem para um triângulo qualquer e portanto a resposta dos itens 1, 2 e 3 da lista são idênticas.

4. Dados da questão:

- $ABCD$  é um paralelogramo,
- $M$  é ponto médio do lado  $AB$  e
- $N$  é ponto médio do lado  $AD$ .

Na figura abaixo, considere:



$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}$  e  $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN}$  e observe que

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AN} - 2\overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{CA} = -2(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN})$$

logo

$$\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN}$$

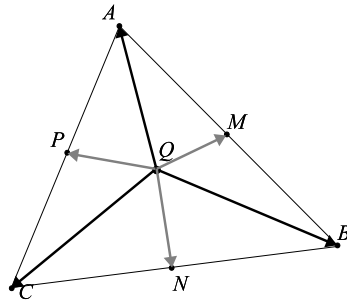
$$= 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$$

$$= 2\overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$$

6. Dados da questão:

- $ABC$  é um triângulo,
- $M$  é ponto médio do lado  $AB$ ,
- $N$  é ponto médio do lado  $BC$ ,
- $P$  é ponto médio do lado  $CA$  e
- $Q$  um ponto no interior do triângulo.

Na figura abaixo, considere:



$\overrightarrow{QM} = \overrightarrow{QA} + \overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{QN} = \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{BN}$  e  $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QC} + \overrightarrow{CP}$  e observe que

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})$$

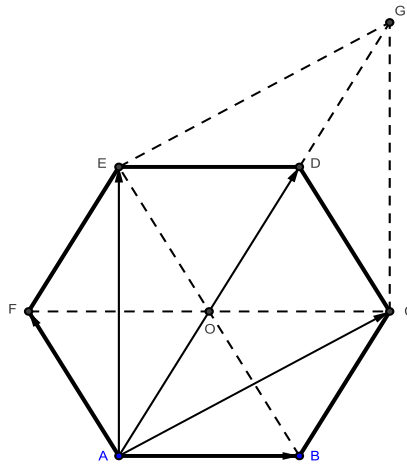
$$= \vec{0}$$

logo

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{QM} + \overrightarrow{QN} + \overrightarrow{QP} &= \overrightarrow{QA} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{QB} + \\
 &\quad + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{QC} + \overrightarrow{CP} \\
 &= \overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} + \\
 &\quad + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} \\
 &= \overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC}
 \end{aligned}$$

Faça o item 5 utilizando-se de argumentos semelhantes aos desenvolvidos no item 6!

9. Observe a figura



Baseados nela, prove que

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AD} &= 2\overrightarrow{AO} \\
 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AO} \\
 \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} &= 3\overrightarrow{AO}.
 \end{aligned}$$

Somando tudo temos o resultado.