



UFPB/CCEN/DM/PGMAT
Tópicos especiais em Análise III - 2012.1

Exercício 2

2. Seja $f : \bar{\Omega} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

(f₀) $f \in C(\bar{\Omega} \times \mathbb{R}, \mathbb{R})$;

(f₁) Existem $C_1, C_2 > 0$ constantes positivas tais que

$$|f(x, s)| \leq C_1 + C_2|s|^p \quad \forall x \in \Omega, \forall s \in \mathbb{R}$$

onde $0 \leq p < 2^* - 1$.

Defina $F : \bar{\Omega} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$F(x, s) = \int_0^s f(x, t) dt.$$

Mostre que o funcional $I : H_0^1(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$ dado por

$$I(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u|^2 - \int_{\Omega} F(x, u)$$

está bem definido e é de classe C^1 .