



UFPB/CCEN/DM
Matemática Elementar I - 2011.2
Primeira Avaliação

Aluno (a): _____ Matrícula: _____

1. Sejam A e B conjuntos. Dê a definição dos seguintes objetos matemáticos abaixo:

- (a) Uma relação de equivalência em A .
- (b) Uma função f de A em B injetiva.
- (c) O conjunto $f^{-1}(Y)$, onde $Y \subset B$.
- (d) Um conjunto não-enumerável.

2. Sejam p , q e r proposições. Mostre que a seguinte proposição composta é uma tautologia:

$$((r \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow q)) \leftrightarrow (r \rightarrow (p \wedge q)).$$

3. Sejam A , e B subconjuntos de U . Suponha que $A \cup B = U$ e que $A \cap B = \emptyset$. Mostre que $A = U - B$.

4. Determine se as relações abaixo são ou não relações de equivalência. Justifique sua escolha.

- (a) Em \mathbb{Z} , considere a relação $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x - y \geq 0$.
- (b) Em \mathbb{R} , considere a relação $x\mathcal{S}y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$.

5. Considere $f : A \rightarrow B$ uma função. Defina a seguinte relação em A : $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$.

- (a) Mostre que \sim é uma relação de equivalência em A .
- (b) Tome, por exemplo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$ de forma que

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ 2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Considerando a relação \sim do item anterior para este exemplo, determine o conjunto quociente \mathbb{R}/\sim .