

## MATEMÁTICA PARA ECONOMIA III 2015.2 - LISTA DE EXERCÍCIOS DA UNIDADE II

### Sobre classificação e solução de Equações de Diferenças.

Determine a ordem de cada uma das equações de diferença abaixo.

1.  $8y_{x+3} - y_x = 4$
2.  $3y_{x+5} - 2y_{x+1} = 3x$
3.  $\Delta^2 y_x + 2y_{x+1} - x = 0$
4.  $\Delta^3 y_x - 3y_{x+1} + y_x = x^2$
5.  $\Delta^4 y_x + 2\Delta^3 y_x + y_x = 0$

Cálculo direto de diferenças e soluções para Equações de Diferenças.

6. Se  $y_x = x^2 + 2x$  calcule  $\Delta^2 y_x$ .
7. Se  $y_x = e^x$  calcule  $\Delta^2 y_x$ .
8. Se  $y_x = x^3 + 3$  calcule  $\Delta y_x$ ,  $\Delta^2 y_x$  e  $\Delta^3 y_x$ .
9. Verifique que  $y_x = c_1 + c_2 2^x$  é uma solução de  $\Delta^2 y_x - y_{x+1} + y_x = 0$ .
10. Verifique que  $y_x = c_1 + c_2 2^x - x$  é uma solução de  $y_{x+2} - 3y_{x+1} + 2y_x = 1$ . Encontre uma solução particular se  $y_0 = 1$  e  $y_1 = 3$ .
11. Verifique que  $y_x = c/(1 + cx)$  é solução de  $\Delta y_x = -(y_x)^2/(1 + y_x)$  e ache uma solução particular se  $y_0 = -4$ .

### Sobre resolução de Equações de Diferença de Primeira Ordem com coeficientes constantes.

Ache a solução geral de cada uma das Equações abaixo.

12.  $3y_{x+1} = 2y_x + 3$
13.  $y_{x+1} + 3y_x = 0$

Resolva os seguintes problemas de valor inicial.

14. 
$$\begin{cases} 8\Delta y_x + 12y_x - 3 = 0 \\ y_0 = 1/2. \end{cases}$$
15. 
$$\begin{cases} 2y_{x+1} - y_x = 2 \\ y_0 = 4. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \Delta y_x + 12 = -5y_x \\ y_0 = 6. \end{cases}$$

### Sobre resolução de Equações de Diferenças de Segunda Ordem Homogêneas.

Ache a solução geral de cada uma das equações abaixo.

$$17. \Delta^2 y_x + 4y_{x+1} = 0.$$

$$18. 2y_{x+2} - 5y_{x+1} + 2y_x = 0.$$

Resolva os seguintes problemas de valor inicial.

$$19. \begin{cases} y_{x+2} - 8y_{x+1} - 9y_x = 0 \\ y_0 = 2 \text{ e } y_1 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} \Delta^2 y_x + 5y_{x+1} = 5y_x \\ y_0 = 5 \text{ e } y_1 = 20. \end{cases}$$

### Sobre resolução de Equações de Diferenças de Segunda Ordem não-Homogêneas.

Ache a solução geral de cada uma das equações abaixo.

$$21. y_{x+2} + 3y_{x+1} - 4y_x = 10$$

$$22. y_{x+2} - 4y_{x+1} + 4y_x = 2$$

Resolva os seguintes problemas de valor inicial.

$$23. \begin{cases} \Delta^2 y_x - 3\Delta y_x + 2y_x = 4 \\ y_0 = 0 \text{ e } y_1 = 1. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 12y_{x+2} - 7y_{x+1} + y_x = 18 \\ y_0 = 0 \text{ e } y_1 = 3. \end{cases}$$

### Soluções

1. terceira ordem
2. quarta ordem
3. segunda ordem
4. primeira ordem
5. terceira ordem
6. 4
7.  $e^x (e - 1)^2$
8.  $3x^2 + 3x + 1$ ,  $6x + 6$  e 6.
9. Verificação direta, não há resposta.

10.  $y_x = 4(2^x - 1) - x.$
11.  $y_x = 4/(4x - 1).$
12.  $y_x = \left(\frac{2}{3}\right)^x (y_0 - 3) + 3.$
13.  $y_x = (-3)^x y_0.$
14.  $y_x = \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{4}.$
15.  $y_x = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2.$
16.  $y_x = \frac{42}{5} (-4)^x - \frac{12}{5}.$
17.  $y_x = (-1)^x (c_1 + c_2 x).$
18.  $y_x = c_1 \left(\frac{1}{2}\right)^x + c_2 2^x.$
19.  $y_x = \frac{9}{5} (-1)^x + \frac{1}{5} 9^x.$
20.  $y_x = -3(-4)^x + 8.$
21.  $y_x = c_1 (-4)^x + c_2 + 2x.$
22.  $y_x = 2^x (c_1 + c_2 x) + 2.$
23.  $3^{x+1} - 5(2)^x + 2.$
24.  $-12 \left(\frac{1}{4}\right)^x + 9 \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3.$